Διάλεξη 6η

ΣΥΝΤΟΜΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΔΙΑΛΕΞΗΣ

ΘΕΜΑ: Η εξίσωση Volterra

$$y(t) = f(t) + \int_0^t K(t,u) f(s, y(u)) du, \quad t \geq 0.$$

Παρατηρήσεις.

- Προβλήματα αρχικών τιμών και η εξίσωση Volterra - Παραγώγιση και ολοκληρο-διαφορικές εξισώσεις

1. **Η γραμμική εξίσωση με πυρήνα διαφοράς.**

$$y(t) = f(t) + \int_0^t K(t-u) y(u) du, \quad t \geq 0.$$

   - f: παραγωγίσιμη συνάρτηση **Παράδειγμα.**
   - f : μετασχηματίζεται κατά Laplace **Παράδειγμα.**

2. **Οι διαδοχικές προσεγγίσεις Picard**
   ΘΕΩΡΗΜΑ. Υποθέτουμε ότι οι συναρτήσεις $f : [a,b] \to \Re$ και $K(t,s) : S \to \Re$ όπου $S := \{a \leq s \leq t \leq b\}$ είναι συνεχείς στα πεδία ορισμού τους. Τότε η γραμμική ολοκληρωτική εξίσωση Volterra

$$y(t) = f(t) + \int_0^t K(t-u) y(u) du, \quad t \geq 0,$$

   έχει μοναδική λύση στο διάστημα $[a,b]$.
   Απόδειξη.

   Παράδειγμα.

$$y(t) = t - \int_0^t (t-s) y(s) ds, \quad t \geq 0.$$

3. **Ο επιλύων πυρήνας (Resolvent kernel)**

ΠΡΟΤΑΣΗ. Η σειρά Von Neumann
Απόδειξη.

Παράδειγμα

Παράδειγμα. *Η εξίσωση Abel*

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ: Ομοιόμορφη σύγκλιση συναρτήσεων - σειρών

Ορισμός. - Παραδείγματα. - (*Κριτήριο Weirstrasse για ομοιόμορφη σύγκλιση σειρών*)